**Procesos estocásticos con renovación**Bryan Humberto Marín De la O, Mario Abdiel González Ambrosio, Kendal Alfonso Sosa Montes  
*Escuela de Ingeniería de Sistemas Informáticos, Universidad de El Salvador  
San Salvador, El Salvador.*brmarinag@hotmail.com  
marito.gonzale94@gmail.com  
kendal.alfonso37@gmail.com

**Abstract--**

I. INTRODUCCION

El presente trabajo de divulgación científica tiene por finalidad realizar una aplicación de un proceso estocástico a un proceso con renovación. Puesto que podríamos considerar que, bajo ciertas condiciones ideales, existen posibilidades de que sucedan procesos estocásticos con procesos de renovación. Un ejemplo un tanto característico es el cambio de bombillos o luminarias en una ciudad, la alcaldía tiene una política de cambiar un bombillo o luminaria en el momento en que este comience a fallar. Asumiendo que cada luminaria tiene una vida útil de X años de uso, el proceso que involucra si una luminaria falla sigue característicamente un proceso de poisson para cada falla que se presente. Por lo tanto podríamos considerar el evento E que sería: “La probabilidad que fallen dos luminarias, una después de la otra”. Así una vez efectuada la Falla se reemplaza cada luminaria averiada por una nueva con la misma vida útil X definida anteriormente.

Los procesos estocásticos con procesos de renovación tienen la característica de que, al igual que en los procesos estocásticos normales, estos no dependen de su estado anterior, sino que dependen únicamente del estado presente y del estado futuro [1]. Tiene que ser así tanto para el proceso estocástico como para el proceso con renovación. Los procesos estocásticos con Renovación son de amplia utilidad en la vida diaria, por mencionar otras aplicaciones podría ser el de una fábrica que tenga inventarios de producto terminado y cuya política es de vender producto al tiempo que se reciben lotes del proceso productivo, esto así para no llegar a un punto de que la fábrica se llegue a quedar sin productos. Otra de las aplicaciones que se puede hacer a procesos estocásticos con Renovación es a una Cola con un servidor que reciba a los clientes al inicio del servicio con una distribución poisson y que sean atendidos bajo el mismo intervalo de tiempo o lo más próximo a este para que el flujo de atención de los clientes se mantenga “constante” de hecho son de amplias aplicaciones y estos procesos particulares deberían ser tomados en cuenta en cualquier curso de probabilidad o de procesos estocásticos.

II. OBJETIVOS

* Explicar la teoría y los conceptos básicos y formulas aplicables a procesos estocásticos con renovación.
* Aplicar la teoría de procesos estocásticos con renovación a ejemplos básicos y cotidianos de la vida real, así como, detallar algunos casos especiales de los mismos.
* Brindar un ejemplo especifico aplicado al tema correspondiente, usando el lenguaje de programación R Studio, y demostrar así la utilidad de los procesos estocásticos con renovación en la cotidianidad

III. DEFINICION DE CONCEPTOS BASICOS

**Variables aleatoria independientes e idénticamente distribuidas:** Cada una de las variables aleatorias tienen la misma probabilidad de distribución que las otras y todas son independientes mutuamente.

**Proceso de renovación:** Estudia una clase de procesos estocásticos conocidos como procesos de conteo, es decir, procesos que registran el número de repeticiones de cierto evento, con la característica de que los tiempos de ocurrencia entre dos eventos consecutivos son variables aleatorias no negativas, independientes e idénticamente distribuida

**Teoría de colas:** teoría que estudia factores como el tiempo de espera medio en las colas o la capacidad de trabajo del sistema sin que llegue a colapsarse.

**Distribución Poisson:** Distribución de probabilidad discreta que expresa, a partir de una frecuencia de ocurrencia media, la probabilidad de que ocurra un determinado número de eventos durante cierto período de tiempo. Concretamente, se especializa en la probabilidad de ocurrencia de sucesos con probabilidades muy pequeñas, o sucesos "raros"

**Distribución exponencial:** Es un caso particular de distribución gamma con k = 1. Además, la suma de variables aleatorias que siguen una misma distribución exponencial es una variable aleatoria expresable en términos de la distribución gamma

**Cadena de Márkov:** Tipo especial de proceso estocástico discreto en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior. Esta característica de falta de memoria recibe el nombre de propiedad de Markov.

**Proceso estocástico:** Sucesión de variables aleatorias que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo. Cada una de las variables aleatorias del proceso tiene su propia función de distribución de probabilidad y pueden o no, estar correlacionadas entre ellas.

IV. DESCRIPCION DE UN PROCESO ESTOCASTICO CON RENOVACION

Para poder hablar de un proceso estocástico con renovación, tenemos que saber primero ¿Qué es un proceso estocástico? Son una colección de variables aleatorias donde con .

Y se lee como: “El estado de un proceso en un intervalo de tiempo válido dentro del conjunto de los reales”[2]. Aunque suene confuso, la realidad es otra, ya que lo dicho según Romero, R & Rodríguez, N. (2011)[3] nos hace ver que es más sencillo de lo que parece, porque solo realizamos un conteo entre dos eventos consecutivos nos dará variables positivas, independientes e idénticamente distribuidas una frente a la otra. Como podemos darnos cuenta, lo importante de un proceso de renovación es la medición de los tiempos que transcurren durante el período de observación.

Pero ojo, solo hemos estado hablando de la teoría de renovación, para entender que es un proceso de renovación markoviano (o dicho de otra manera, procesos de Markov con renovación) debemos de conocer cómo funcionan las cadenas de Markov, con un pequeño ejemplo: “Muchos sistemas tienen la propiedad de que dado el estado presente, los estados pasados no tiene influencia en la evolución futura del sistema”[4]. Esta propiedad de “pérdida de memoria” es a lo que nosotros llamaremos como cadena de Markov.

Gracias a estas dos afirmaciones podemos decir entonces que un proceso de Markov con proceso de renovación es en realidad una combinación de ambas. Es decir, hacemos un conteo de cualquier evento a observar, con la peculiaridad que estos eventos son independientes uno con respecto al otro.

Para poder proceder a esto con mayor detalle, deberemos de estudiar las fórmulas que aquí se utilizan, comprender el uso de dicha fórmula, implementarlo y en base a los conocimientos previos y a estas fórmulas hacer un modelo eficiente de este proceso aplicado para la realidad.

Uno de los casos más viables para demostrar la veracidad de su uso en la realidad es en un sistema de colas; si bien es cierto, las colas tienen su propia teoría y funcionamiento, aplica el principio de proceso de renovación y lo podemos ver en diversos casos cotidianos: en la cola de un banco, esperando nuestro turno para recibir atención al cliente en alguna agencia telefónica nacional, a la hora de inscribir las materias de la universidad, incluso, yendo al supermercado e ir a pagar en caja; todos y cada uno de ellos aplica exactamente el mismo proceso de renovación, con tiempos de llegada y de salida independientes una con respecto a la otra. A través del modelo, podemos observar que este proceso está presente en nuestra cotidianidad y la aplicamos sin darnos cuenta de este proceso.

REFERENCIAS

[1]: A First Course in Stochastic Processes (Samuel Karlin, Howward M. Taylor), Pág. 183-256

[2]: *Introducción a los procesos estocásticos.* (Sin fecha). Recuperado de http://www.um.es/or/ampliacion/node6.html

[3]: Romero, R. & Rodríguez, N. (20/01/2004). Informe Oral Procesos de Renovación. Recuperado de: http://es.slideshare.net/norlan9886/proceso-de-renovation

[4]: Tarazón Acuña, I. (2004). Teoría de Renovación y Procesos de Renovación Markovianos (p. 33). Hermosillo, Sonora, MX. Universidad de Sonora.